

Câu 1. (4,0 điểm)

a) Cho $x = \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{9-4\sqrt{2}}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 8x + 1}{x^2 + 4x - 13}$.

b) Cho a, b, c là các số thực dương thoả mãn $a + b + c = 5$ và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$.

Chứng minh rằng $\frac{\sqrt{c} - \sqrt{b}}{a + 2(\sqrt{bc} - 1)} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{c}}{b + 2(\sqrt{ac} - 1)} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{c + 2(\sqrt{ab} - 1)} = \frac{2}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$.

Câu 2. (3,0 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số tự nhiên $(x; y)$ thoả mãn $3^x(9^x + 1 - 2^y) - 9^x(1 + 2^y) + 4^y = 1$.

b) Cho a, b là hai số nguyên dương sao cho $p = a^2 + b^2$ là số nguyên tố và $p - 5$ chia hết cho 8. Xét x, y là hai số nguyên sao cho $ax^2 - by^2$ chia hết cho p . Chứng minh rằng x, y cùng chia hết cho p .

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Giải phương trình $\sqrt{10x - 5} + \sqrt{5x^2 + 5} = 3\sqrt{x^2 + 2x}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 2y^3 + xy^2 + x^2 + 2y^2 + xy = 0 \\ (x+1)\sqrt{y+1} + (x+6)\sqrt{y+6} = x^2 - 5x + 12y \end{cases}$

Câu 4. (7,0 điểm) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) , (với A, B là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OM và AB . Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) . Đường thẳng MD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là C . Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt MA, MB lần lượt tại E, F .

a) Chứng minh $\widehat{OCD} = \widehat{OHD}$ và $(ME + MF + EF)^2 = 4MH \cdot MO$.

b) Gọi G là giao điểm của đường thẳng OE và AD . Chứng minh tứ giác $OAGH$ là hình bình hành.

c) Chứng minh các đường thẳng CD, HG, AF đồng quy.

Câu 5. (2,0 điểm)

a) Xét a, b, c là các số thực dương thoả mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 14(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{ab + bc + ca}{a^2b + b^2c + c^2a}.$$

b) Trên một đường tròn cho 26 điểm phân biệt. Mỗi điểm đó được tô bởi một trong 5 màu: trắng, xanh, đỏ, tím, vàng. Giữa mỗi cặp điểm nối với nhau bằng một đoạn thẳng được tô bởi một trong 2 màu: nâu hoặc đen. Chứng minh rằng luôn tồn tại một tam giác có ba đỉnh được tô cùng một màu (trắng, xanh, đỏ, tím hoặc vàng) và ba cạnh cũng được tô cùng một màu (nâu hoặc đen).

-----Hết-----

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHI TIẾT

BÀI	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	a) Cho $x = \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{9-4\sqrt{2}}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 8x + 1}{x^2 + 4x - 13}.$ b) Cho $a, b, c > 0$ thoả mãn $a + b + c = 5$ và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$. Chứng minh rằng $\frac{\sqrt{c} - \sqrt{b}}{a + 2(\sqrt{bc} - 1)} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{c}}{b + 2(\sqrt{ac} - 1)} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{c + 2(\sqrt{ab} - 1)} = \frac{2}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}.$	4,0
a	Ta có: $x = \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{9-4\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} + \sqrt{(2\sqrt{2}-1)^2} = 3\sqrt{2} - 2 \Rightarrow x + 2 = 3\sqrt{2}$ Khi đó $(x+2)^2 = 18 \Rightarrow x^2 + 4x - 14 = 0$ $T = \frac{x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 8x + 1}{x^2 + 4x - 13} = \frac{x^2(x^2 + 4x - 14) + 2(x^2 + 4x) + 1}{x^2 + 4x - 13}$ $T = \frac{0 + 2 \cdot 14 + 1}{14 - 13} = 29$	0,5 0,5 0,5 0,5
b	Vì $a + b + c = 5$ và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3 \Rightarrow \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} = 2$ Ta có: $a + 2(\sqrt{bc} - 1) = a + 2\sqrt{bc} - 2 = a + 2\sqrt{bc} - \sqrt{ab} - \sqrt{bc} - \sqrt{ca} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{c})$ $\Rightarrow \frac{\sqrt{c} - \sqrt{b}}{a + 2(\sqrt{bc} - 1)} = \frac{\sqrt{c} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{c})}.$ Tương tự ta có: $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{c}}{b + 2(\sqrt{ac} - 1)} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{c}}{(\sqrt{b} - \sqrt{c})(\sqrt{b} - \sqrt{a})} \text{ và } \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{c + 2(\sqrt{ab} - 1)} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{c} - \sqrt{a})(\sqrt{c} - \sqrt{b})}.$ $\frac{\sqrt{c} - \sqrt{b}}{a + 2(\sqrt{bc} - 1)} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{c}}{b + 2(\sqrt{ac} - 1)} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{c + 2(\sqrt{ab} - 1)}$ $= \frac{\sqrt{c} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{c})} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{c}}{(\sqrt{b} - \sqrt{c})(\sqrt{b} - \sqrt{a})} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{c} - \sqrt{a})(\sqrt{c} - \sqrt{b})}$ Do đó $= \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} + \frac{1}{\sqrt{c} - \sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{c} - \sqrt{b}}$ $= \frac{2}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$	0,5 0,5 0,5 0,5

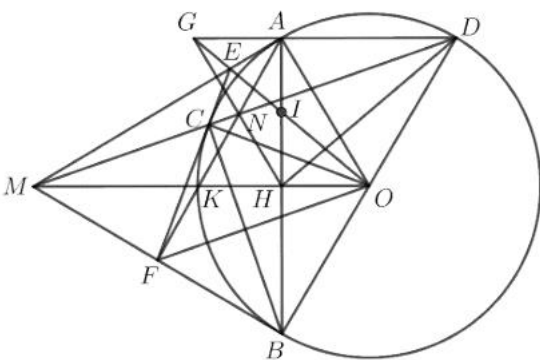
a) Tìm tất cả các cặp số tự nhiên $(x; y)$ thoả mãn	
$3^x(9^x + 1 - 2^y) - 9^x(1 + 2^y) + 4^y = 1.$	

BÀI 2	b) Cho $a, b \in \mathbb{N}^*$ sao cho $p = a^2 + b^2$ là số nguyên tố và $p - 5$ chia hết cho 8. Xét x, y là hai số nguyên sao cho $ax^2 - by^2$ chia hết cho p . Chứng minh rằng x, y cùng chia hết cho p .	2,0
a	Ta có $3^x(9^x + 1 - 2^y) - 9^x(1 + 2^y) + 4^y = 1$ $\Leftrightarrow 3^x(9^x + 1 - 2^y) - 9^x(1 + 2^y) + 4^y - 1 = 0$ $\Leftrightarrow 3^x(9^x + 1 - 2^y) - 9^x(1 + 2^y) + (2^y - 1)(2^y + 1) = 0$ $\Leftrightarrow 3^x(9^x + 1 - 2^y) - (1 + 2^y)(9^x + 1 - 2^y) = 0$ $\Leftrightarrow (9^x + 1 - 2^y)(3^x - 1 - 2^y) \Leftrightarrow \begin{cases} 9^x + 1 - 2^y = 0 \\ 3^x - 1 - 2^y = 0 \end{cases}$ Trường hợp 1: $9^x + 1 - 2^y = 0 \Rightarrow 9^x + 1 = 2^y$ Ta có $9^x \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 9^x + 1 \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow 2^y \equiv 2 \pmod{4}$ Với $y \geq 2 \Rightarrow 2^y \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow y \leq 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow 9^x + 1 = 2^1 \Rightarrow 9^x = 1 \Rightarrow x = 0$ Ta có $(x; y) = (0; 1)$ Trường hợp 2: $3^x - 1 - 2^y = 0 \Rightarrow 3^x = 1 + 2^y$ Với $x = 0 \Rightarrow 2^y + 1 = 1$ vô nghiệm Với $x = 1 \Rightarrow 2^y + 1 = 3 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (x; y) = (1; 1)$ Với $x = 2 \Rightarrow 2^y + 1 = 9 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow (x; y) = (2; 3)$ Với $x \geq 3$ Nếu x lẻ ta có $3^x = 3^{2k+1} = 9^k \cdot 3 \equiv 3 \pmod{4}$ do đó $2^y \equiv 2 \pmod{4}$ loại vì $y \geq 2 \Rightarrow 2^y \equiv 0 \pmod{4}$ Nếu x chẵn ta có $3^x = 3^{2m} = 2^y + 1 \Rightarrow (3^m - 1)(3^m + 1) = 2^y$ $\Rightarrow \begin{cases} 3^m - 1 = 2^p \\ 3^m + 1 = 2^q \\ p + q = y > 3 \Rightarrow 2^p - 2^q = 2 \Rightarrow 2^p(2^{q-p} - 1) = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2^p = 2 \\ 2^{q-p} - 1 = 1 \end{cases} \\ p, q \in \mathbb{N}^* \\ p < q \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} p = 1 \\ q - p = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 1 \\ q = 2 \end{cases} \text{ (mâu thuẫn)}$ Vậy tất cả các cặp số tự nhiên thỏa mãn đề bài là $(0; 1), (1; 1), (2; 3)$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
b	Ta có $(p - 5) : 8 \Rightarrow p = 8k + 5 \ (k \in \mathbb{N})$ Vì $(ax^2)^{4k+2} - (by^2)^{4k+2} : (ax^2 - by^2) : p \Rightarrow (a^{4k+2} \cdot x^{8k+4} - b^{4k+2} \cdot y^{8k+4}) : p$ Ta có $a^{4k+2} \cdot x^{8k+4} - b^{4k+2} \cdot y^{8k+4} = (a^{4k+2} + b^{4k+2})x^{8k+4} - b^{4k+2}(x^{8k+4} + y^{8k+4})$	0,25 0,25 0,25

	$a^{4k+2} + b^{4k+2} = \left[(a^2)^{2k+1} + (b^2)^{2k+1} \right] : (a^2 + b^2) = p$ và $b < p \Rightarrow (x^{8k+4} + y^{8k+4}) : p \quad (1)$ Nếu x hoặc y chia hết cho p thì từ (1) suy ra số còn lại cũng chia hết cho p Nếu cả hai số x, y đều không chia hết cho p thì theo định lý Fermat, ta có $x^{8k+4} = x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}, y^{8k+4} = y^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \Rightarrow (x^{8k+4} + y^{8k+4}) \equiv 2 \pmod{p}$ Mâu thuẫn với (1) Vậy cả hai số x và y chia hết cho p	0,25 0,25 0,25
--	---	--

BÀI 3	a) Giải phương trình $\sqrt{10x-5} + \sqrt{5x^2+5} = 3\sqrt{x^2+2x}$. b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 2y^3 + xy^2 + x^2 + 2y^2 + xy = 0 \\ (x+1)\sqrt{y+1} + (x+6)\sqrt{y+6} = x^2 - 5x + 12y. \end{cases}$	2,0
a	ĐK: $x \geq \frac{1}{2}$. $\sqrt{10x-5} + \sqrt{5x^2+5} = 3\sqrt{x^2+2x} \Leftrightarrow \sqrt{5}(\sqrt{2x-1} + \sqrt{x^2+1}) = 3\sqrt{x^2+2x}$ Đặt $a = \sqrt{2x-1}, b = \sqrt{x^2+1} (a \geq 0, b > 0) \Rightarrow a^2 + b^2 = x^2 + 2x$ Phương trình trở thành $\sqrt{5}(a+b) = 3\sqrt{a^2+b^2} \Rightarrow 5(a+b)^2 = 9(a^2+b^2)$	0,5
	$\Leftrightarrow 2a^2 - 5ab + 2b^2 = 0 \Leftrightarrow (2a-b)(a-2b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = b \\ a = 2b \end{cases}$	0,5
	TH1: $2a = b \Leftrightarrow 2\sqrt{2x-1} = \sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow 4(2x-1) = x^2+1$ $\Leftrightarrow x^2 - 8x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \pm \sqrt{11} (tm)$	0,5
	TH2: $a = 2b \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} = 2\sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow 2x-1 = 4x^2+4$ $\Leftrightarrow 4x^2 - 2x + 5 = 0 (VN)$ Vậy Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x = 4 \pm \sqrt{11}$	0,5
b	ĐK: $y \geq -1$. Ta có $x^3 - 2y^3 + xy^2 + x^2 + 2y^2 + xy = 0 \Leftrightarrow (x+1-y)(x^2 + xy + 2y^2) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1-y = 0 \\ x^2 + xy + y^2 = 0 \end{cases}$	0,25
	TH1: $x^2 + xy + y^2 = 0 \Rightarrow x = y = 0$ không thỏa mãn hệ.	0,25
	TH2: $y = x+1$, khi đó ta có $(x+1)\sqrt{x+2} + (x+6)\sqrt{x+7} = x^2 + 7x + 12 \text{ với } x \geq 2$	0,25

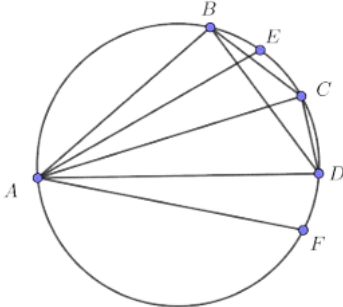
	$\Leftrightarrow (x+1)(\sqrt{x+2}-2) + (x+6)(\sqrt{x+7}-3) = x^2 + 2x - 8$ $\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-2)}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{(x+6)(x-2)}{\sqrt{x+7}+3} = (x-2)(x+4)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3} = x+4 \end{cases}$	0,5
	Giải phương trình $\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3} = x+4$ (*) $\Leftrightarrow \frac{x+2}{\sqrt{x+2}+2} - \frac{x+2}{2} + \frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3} - \frac{x+6}{2} - \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = 0$ Ta có $\frac{-(x+2)\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}+4} - \frac{(x+6)(1+\sqrt{x+7})}{\sqrt{x+7}+3} - \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} < 0$ với mọi $x \geq -2$ Suy ra phương trình (*) vô nghiệm. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$	0,5

BÀI 4	Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O), (với A, B là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OM và AB. Kẻ đường kính BD của đường tròn (O). Đường thẳng MD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là C. Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt MA, MB lần lượt tại E, F. a) Chứng minh $\widehat{OCD} = \widehat{OHD}$ và $(ME + MF + EF)^2 = 4MH \cdot MO$. b) Gọi G là giao điểm của đường thẳng OE và AD. Chứng minh tứ giác $OAGH$ là hình bình hành. c) Chứng minh các đường thẳng CD, HG, AF đồng quy.	3,0
		
a	Chứng minh $\angle OCD = \angle OHD$ và $(ME + MF + EF)^2 = 4MH \cdot MO$	2,5
	Trong (O): $\angle MAC = \angle ADC$ (góc n.tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn AC) Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ có $\angle MAC = \angle MDA$ và $\angle AMC$ chung $\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle MDA$ $\Rightarrow \frac{MC}{MA} = \frac{MA}{MD} \Rightarrow MA^2 = MC \cdot MD$ (1)	0,5
	Do MA, MB là tiếp tuyến của (O) nên $MA = MB$ (2)	

	$OA = OB = R$ (3) Từ (2) và (3) ta suy ra MO là trung trực của AB nên $MO \perp AB$.	0,25
	Xét $\triangle MAO$ có AH là đường cao $\Rightarrow MA^2 = MH.MO$ (4) Từ (1) và (4) suy ra $MC.MD = MH.MO$	0,25
	Vì $MC.MD = MH.MO \Rightarrow \frac{MC}{MO} = \frac{MH}{MD}$	0,25
	Xét $\triangle MCO$ và $\triangle MHD$ có $\frac{MC}{MO} = \frac{MH}{MD}$ và $\angle CMO$ chung $\Rightarrow \triangle MCO \sim \triangle MHD$	0,5
	$\Rightarrow \angle MCO = \angle MHD \Rightarrow \angle OCD = \angle OHD$	0,25
	Ta có MA, MB là hai tiếp tuyến cắt nhau của $(O) \Rightarrow MA = MB$ Tương tự $EA = EC; FB = FC$ Khi đó $MA + MB = (ME + EA) + (MF + FB) = ME + EC + MF + FC = ME + MF + EF$ $\Rightarrow MA = MB = \frac{ME + MF + EF}{2}$	0,25
	Trong tam giác vuông MAO có AH là đường cao nên $MA^2 = MH.MO \Rightarrow (ME + MF + EF)^2 = 4MH.MO$	0,25
b	Chứng minh tứ giác $OAGH$ là hình bình hành	2,5
	Gọi I là giao điểm của GO và AH Chứng minh $AG \parallel HO$ (cùng vuông góc với AB)	0,25
	$\angle IOA = \frac{1}{2} \angle AOC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)	0,25
	Lại có $\frac{1}{2} \angle IOA = \angle ADC$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn AC) Do $GD \parallel OM$ nên $\angle ADC = \angle DMO$ (cặp góc so le trong) $\Rightarrow \angle IOA = \angle DMO$	0,25
	Ta có $\angle HIO = \angle IAO + \angle IOA$ (tính chất góc ngoài tam giác) $\angle AMO + \angle DMO = \angle OMB + \angle DMO = \angle DMB$ ($\angle IAO = \angle AMO$ cùng phụ với $\angle MAH$)	0,25
	$\Rightarrow \triangle HIO \sim \triangle MBD \Rightarrow \frac{HI}{HO} = \frac{MB}{BD}$ (5)	0,25
	$\triangle AHO \sim \triangle MBO \Rightarrow \frac{HA}{HO} = \frac{MB}{BO}$	0,25
	Mà $\frac{MB}{BO} = \frac{2MB}{BD} \Rightarrow \frac{HA}{HO} = \frac{2MB}{BD}$ (6)	0,25
	Từ (5) và (6) $\Rightarrow AH = 2IH \Rightarrow IH = IA$	0,25
	Ta có $AG \parallel HO$ (cùng vuông góc với AB)	0,25
	$\Rightarrow \frac{GI}{IO} = \frac{AI}{IH} = 1 \Rightarrow IG = IO$. Do AH và GO cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên tứ giác $OAGH$ là hình bình hành.	0,25
c	Chứng minh các đường thẳng CD, HG, AF đồng qui	2,0
	Gọi N là giao của HG và CD . Chứng minh $OF \parallel MD$ (cùng vuông góc với BC)	0,25

	$\Rightarrow \frac{MF}{FB} = \frac{DO}{BO} = 1 \Rightarrow MF = FB$	
	Ta có HO là đường trung bình của tam giác ABD nên $AD = 2HO$ $\Rightarrow AD = 2AG \Rightarrow GD = \frac{3}{2}AD$.	0,25
	Gọi K là giao điểm của MH và AF . Chứng minh K là trọng tâm tam giác AMB . $\Rightarrow MH = \frac{3}{2}KM \Rightarrow \frac{GD}{MH} = \frac{AD}{KM}$ (7)	0,25
	Do $GD \parallel OM \Rightarrow \frac{ND}{NM} = \frac{GD}{MH}$ (8) Từ (7) và (8) ta có $\frac{ND}{NM} = \frac{AD}{KM}$	0,25
	Xét $\triangle ADN$ và $\triangle KMN$ có $\frac{ND}{NM} = \frac{AD}{KM}$ và $\angle ADN = \angle KMN \Rightarrow \triangle ADN \sim \triangle KMN$	0,5
	$\Rightarrow \angle AND = \angle KNM$ mà M, N, D thẳng hàng suy ra A, K, N thẳng hàng. Do đó A, N, F thẳng hàng $\Rightarrow CD, HG, AF$ đồng qui tại điểm N .	0,25

BÀI 5	a) Xét a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 14(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{ab + bc + ca}{a^2b + b^2c + c^2a}.$ b) Trên một đường tròn cho 26 điểm phân biệt. Mỗi điểm đó được tô bởi một trong 5 màu: trắng, xanh, đỏ, tím, vàng. Giữa mỗi cặp điểm nối với nhau bằng một đoạn thẳng được tô bởi một trong 2 màu: nâu hoặc đen. Chứng minh rằng luôn tồn tại một tam giác có ba đỉnh được tô cùng một màu (trắng, xanh, đỏ, tím hoặc vàng) và ba cạnh cũng được tô cùng một màu (nâu hoặc đen).	0,5
a	Do $a + b + c = 1$ nên $ab + bc + ca = \frac{1 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2}$ Lại có $a^2 + b^2 + c^2 = (a^2 + b^2 + c^2)(a + b + c)$ $= a^3 + a^2b + a^2c + b^3 + b^2a + b^2c + c^3 + c^2a + c^2b$	0,25
	Theo bất đẳng thức Cauchy ta có $a^3 + ab^2 \geq 2a^2b; b^3 + bc^2 \geq 2b^2c; c^3 + ca^2 \geq 2c^2a; a^2 + b^2 + c^2 \geq 3(a^2b + b^2c + c^2a)$ $\Rightarrow \frac{1}{a^2b + b^2c + c^2a} \geq \frac{3}{a^2 + b^2 + c^2}$	0,25
	Khi đó $P \geq 14(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{3 - 3(a^2 + b^2 + c^2)}{2(a^2 + b^2 + c^2)}$. Đặt $t = a^2 + b^2 + c^2 \left(dk : t \geq \frac{1}{3} \right)$	0,25
	Ta có $P \geq 14t + \frac{3 - 3t}{2t} = \frac{27t}{2} + \frac{3}{2t} + \frac{t}{2} - \frac{3}{2}$ Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $\frac{27t}{2} + \frac{3}{2t} \geq 2\sqrt{\frac{27t}{2} \cdot \frac{3}{2t}} = 9$	0,25

	Mặt khác $\frac{t}{2} - \frac{3}{2} \geq \frac{1}{3} - \frac{3}{2} = -\frac{4}{3} \Rightarrow P \geq 9 - \frac{4}{3} = \frac{23}{3}$. Vậy $\text{Min}P = \frac{23}{3}$ khi $a = b = c = \frac{1}{3}$.	
b		
	Vì các điểm phân biệt nằm trên một đường tròn nên ba điểm bất kì luôn tạo thành một tam giác. Có 26 điểm được tô bằng 5 màu, do đó có ít nhất 6 điểm cùng màu. Giả sử 6 điểm cùng màu đỏ là A, B, C, D, E, F	
	Nối 5 đoạn AB, AC, AD, AE, AF và tô bằng 2 màu nâu, đen và khi đó có ít nhất 3 đoạn cùng màu, giả sử AB, AC, AD được tô cùng màu đen. Xét tam giác BCD , xảy ra hai trường hợp:	
	Trường hợp 1: Nếu ba cạnh BC, BD, DC được tô cùng màu nâu thì tam giác BCD có ba đỉnh cùng màu đỏ, ba cạnh cùng màu nâu (thỏa mãn)	
	Trường hợp 2: Nếu ba cạnh BC, BD, DC có ít nhất một cạnh màu đen, giả sử BC màu đen, khi đó tam giác ABC có ba đỉnh cùng màu đỏ, ba cạnh cùng màu đen (thỏa mãn) Vậy luôn có một tam giác có ba đỉnh cùng màu và ba cạnh cùng màu.	

Lưu ý:

- Nếu học sinh làm đúng mà cách giải khác với đáp án và phù hợp với kiến thức của chương trình THCS thì tổ chấm thống nhất cho điểm thành phần đảm bảo tổng điểm như hướng dẫn qui định.
- Tổng điểm toàn bài không làm tròn.

-----Hết-----