

Bài 5. (8 điểm)

1) Tìm giới hạn của dãy số (a_n) , biết rằng $a_n = \frac{x_n}{n^2}$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$ và $x_1 = 2021$,
 $x_{m+n} = x_m + x_n + mn$, $\forall m, n \in \mathbb{N}^*$.

2) Cho $P(x)$ và $Q(x)$ là các đa thức với hệ số nguyên. Biết rằng phương trình $P(x).Q(x) = 2021$ có 17 nghiệm phân biệt từng đôi. Chứng minh rằng các đa thức $P(x)$ và $Q(x)$ có bậc không bé hơn 3.

Bài 6. (8 điểm)

1) Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC bất kỳ có trực tâm H , trọng tâm G , đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm I và bán kính r , lấy thêm điểm O sao cho $\overrightarrow{GH} = -2\overrightarrow{GO}$.

Chứng minh rằng $OI^2 = OA \cdot OB - 2OC \cdot r$.

2) Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4 và 5, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có các chữ số đôi một khác nhau và có tổng 3 chữ số lớp ngàn hơn tổng 3 chữ số lớp đơn vị 1 đơn vị.

Bài 7. (4 điểm)

Biết a, b và c là các số thực dương bất kỳ có tổng $a + b + c$ bằng 2022. Tìm giá trị bé nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^3 + b^3}{2ab} + \frac{b^3 + c^3}{2bc} + \frac{c^3 + a^3}{2ca}$$

-----HẾT-----

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên:.....Số báo danh:.....