

Câu 1 (4,0 điểm):

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}+4}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2} \right)$ (với $x \geq 0, x \neq 4$).

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.
3. Tìm x sao cho $\frac{1}{(x-1) \cdot A} \geq 0$.

Câu 2 (6,0 điểm):

1. Tìm m để khoảng cách từ gốc toạ độ O đến đồ thị hàm số $y = (m-1)x + 2$ bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 2 \\ 2x + my = 5 \end{cases}$ (với m là tham số). Tìm m để hệ phương trình đã

cho có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x + y = \frac{5}{2}$.

3. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Cho biết $BC = 13$ cm và $AH = 6$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng HB và HC .

Câu 3 (4,0 điểm):

1. Hướng ứng tháng Thanh niên, nhà trường dự kiến tổ chức cho những học sinh lớp 9A đủ điều kiện kết nạp Đoàn đợt 26/3 một buổi lao động cộng sản trồng 18 cây xanh. Đến ngày lao động, có 3 bạn bị nhiễm Covid 19 nên không tham gia trồng cây được, do đó mỗi bạn còn lại phải trồng thêm 1 cây mới đảm bảo kế hoạch đặt ra (số cây mỗi học sinh trồng được bằng nhau). Hỏi thực tế có bao nhiêu học sinh đã tham gia trồng cây?

2. Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $x(x^2 + x + 1) = 4^y - 1$.

Câu 4 (4,0 điểm):

Cho đường tròn (O, R) . Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn, kẻ 2 tiếp tuyến MA , MB đến (O) (A, B là các tiếp điểm). Qua A kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn (O) tại E (E khác A). Đường thẳng ME cắt đường tròn (O) tại F (F khác E). Đường thẳng AF cắt MO tại N . Gọi H là giao điểm của MO và AB .

1. Chứng minh $MN^2 = NA \cdot NF$.
2. Chứng minh $\widehat{HFN} = 90^\circ$ và $MN = NH$.
3. Chứng minh $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$.

Câu 5 (2,0 điểm):

1. Giải phương trình $2x^2 - 2x + 2 = (2x+1)(\sqrt{x^2 - x + 3} - 1)$.

2. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + 2b + 3c \geq 11$. Chứng minh rằng:

$$a + b + c + \frac{3}{a} + \frac{9}{2b} + \frac{1}{4c} \geq \frac{37}{4}.$$