

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
KON TUM NĂM HỌC 2020 – 2021**

Môn thi: **TOÁN**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 20/3/2021.

Bài 1.

a) Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sqrt{4+\sqrt{2}} + \sqrt{4-\sqrt{2}}}{\sqrt{4+\sqrt{2}} - \sqrt{4-\sqrt{2}}} - \sqrt{15-4\sqrt{14}}$

b) Cho hàm số $y = f(x) = (m^2 - 3m + 5)x - m + 2$ (m là tham số). Đồ thị của nó là đường thẳng Δ . Xác định các giá trị của m để đường thẳng Δ cắt trục Ox tại A, cắt trục Oy tại B (A và B khác O) sao cho $OB=3OA$.

Bài 2.

a) Cho a, b là các số nguyên thỏa mãn $(2 - a^2 - b^2)(a + b)^2 = 4ab + (1 - ab)^2$

Chứng minh rằng $M = \frac{\sqrt{1+ab}}{a^2 + b^2 + ab}$ là một số nguyên.

b) Cho hình thang ABCD có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$; AB=7cm; BC=10cm; DC=13cm. Gọi M là trung điểm của BC, đường trung trực của đoạn BC cắt đường thẳng AD tại N. Tính độ dài đoạn MN.

Bài 3:

Trên đường thẳng d lấy ba điểm A, B, C theo thứ tự đó thỏa mãn AB = 36 cm, AC = 60 cm. Đường tròn (O) đi qua điểm B và C có tâm O không nằm trên đường thẳng AC. Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Đường thẳng BC cắt MN tại K, đường thẳng AO cắt MN tại H và đường tròn (O) tại các điểm P, Q (P nằm giữa A và Q).

a) Tính độ dài đoạn AK.

b) Gọi D là trung điểm của HQ, qua H kẻ đường thẳng vuông góc MD cắt đường thẳng MP tại E. Chứng minh rằng P là trung điểm của ME.

Bài 4.

a) Giải phương trình $10\sqrt{x-5} + x^2 + 124 = 25x$

b) Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x + y \neq 1$ và $x^2 - 3y^2 - 2xy - 2(x - y) + 1 = 0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = y^2 + 2x + 11$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO – KON TUM (2020 – 2021)

Bài 1.

a)

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{4+\sqrt{2}} + \sqrt{4-\sqrt{2}}}{\sqrt{4+\sqrt{2}} - \sqrt{4-\sqrt{2}}} - \sqrt{15-4\sqrt{14}} \\ &= \frac{(\sqrt{4+\sqrt{2}} + \sqrt{4-\sqrt{2}})^2}{4+\sqrt{2}-4+\sqrt{2}} - \sqrt{(2\sqrt{2}-\sqrt{7})^2} \\ &= \frac{8+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} - 2\sqrt{2} + \sqrt{7} \\ &= 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} + \sqrt{7} \\ &= 1 + \sqrt{7} \end{aligned}$$

b) $y = f(x) = (m^2 - 3m + 5)x - m + 2 \quad (\Delta)$

$$(\Delta) \cap Ox = A \Rightarrow A\left(\frac{m-2}{m^2-3m+5}; 0\right)$$

$$(\Delta) \cap Oy = B \Rightarrow B(0; -m+2)$$

Vì $A, B \neq O \Rightarrow m \neq 2$

$$OB = 3OA \Rightarrow |m-2| = \frac{3|m-2|}{m^2-3m+5} \Leftrightarrow m^2-3m+5=3 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=2 \end{cases}$$

Vậy $m=1; m=2$

Câu 2.

a) Ta có:

$$\begin{aligned} (2-a^2-b^2)(a+b)^2 &= 4ab + (1-ab)^2 \\ \Leftrightarrow [(a+b)^2 - 2(ab+1)](a+b)^2 + (1+ab)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (a+b)^4 - 2(a+b)^2(1+ab) + (1+ab)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow [(a+b)^2 - (1+ab)]^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow |a+b| &= \sqrt{1+ab} \end{aligned}$$

Suy ra: $M = \frac{\sqrt{1+ab}}{(a+b)^2 - ab} = \frac{\sqrt{1+ab}}{1+ab-ab} = \sqrt{1+ab} = |a+b|$

Vì a, b là số nguyên nên M cũng là số nguyên (đpcm)

b)

Kẻ $MH \perp AD$, $BK \perp CD$. Dễ thấy MH là đường trung bình.

$$MH = \frac{1}{2}(AB + CD) = \frac{1}{2}(7 + 13) = 10\text{cm}$$

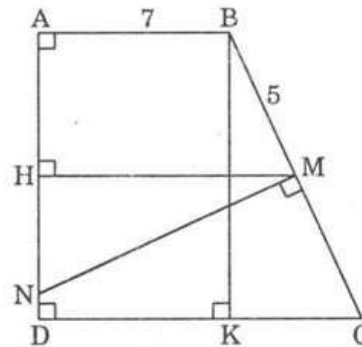
Ta có $DK = AB = 7\text{cm}$,

$$KC = CD - DK = 13 - 7 = 6\text{cm}$$

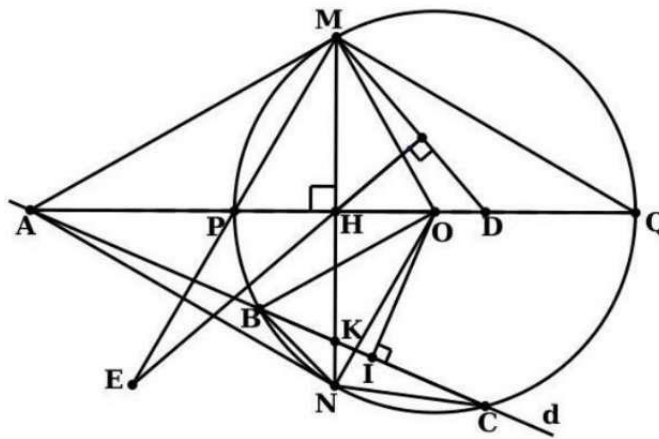
$$BK = \sqrt{BC^2 - CK^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{cm}.$$

$\triangle MHN \sim \triangle BKC$ (vì $\widehat{HMN}$ và $\widehat{KBC}$ các góc có cạnh tương ứng vuông góc)

$$\frac{MN}{BC} = \frac{MH}{BK} \Rightarrow MN = \frac{MH \cdot BC}{BK} = \frac{10 \cdot 10}{8} = 12,5\text{cm}.$$



Bài 3.



a) Gọi I là trung điểm của BC suy ra $IO \perp BC$

Dễ dàng chứng minh: $\triangle ABN$ đồng dạng với $\triangle ANC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AN^2$

$\triangle ANO$ vuông tại N, đường cao NH nên $AH \cdot AO = AN^2$

$$\Rightarrow AB \cdot AC = AH \cdot AO$$

$$\triangle AHK \text{ đồng dạng với } \triangle AIO \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AH}{AI} = \frac{AK}{AO} \Rightarrow AI \cdot AK = AH \cdot AO \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } AI \cdot AK = AB \cdot AC \Rightarrow AK = \frac{AB \cdot AC}{AI} = \frac{36 \cdot 60}{48} = 45$$

$$\text{b) Ta có: } \triangle MHE \sim \triangle QDM \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{ME}{MQ} = \frac{MH}{DQ}$$

$$\triangle PMH \sim \triangle MQH \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{MP}{MQ} = \frac{MH}{QH} = \frac{MH}{2DQ}$$

$$\Rightarrow \frac{MP}{MQ} = \frac{ME}{2MQ} \Rightarrow ME = 2MP \Rightarrow P \text{ là trung điểm của } ME.$$

Bài 4.

a) Điều kiện $x \geq 5$

$$10\sqrt{x-5} + x^2 + 124 = 2\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 24x + 144 - (x - 5 - 10\sqrt{x-5} + 25) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-12)^2 - (\sqrt{x-5} - 5)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-12 - \sqrt{x-5} + 5)(x-12 + \sqrt{x-5} - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \sqrt{x-5} - 7)(x + \sqrt{x-5} - 17) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \sqrt{x-5} - 7 = 0 \Rightarrow x = 9 \\ x + \sqrt{x-5} - 17 = 0 \Rightarrow x = 14 \end{cases}$$

Vậy $x=9, x=14$

b) Ta có:

$$x^2 - 3y^2 - 2xy - 2(x-y) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 - 4y^2 - 2(x-y) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 - 2(x-y) + 1 - 4y^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y-1)^2 - (2y)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3y-1)(x+y-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-3y-1=0 \quad (\text{vì } x+y \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow x = 3y + 1$$

$$M = y^2 + 2x + 11 = y^2 + 2(3y+1) + 11 = (y+3)^2 + 4 \geq 4$$

Vậy $\text{Min} M = 4$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x=-8, y=-3$