

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH LONG**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2021 – 2022**

Khóa thi ngày: 10/06/2023

Môn: TOÁN

(Đề thi gồm 06 câu, 01 trang)

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

b) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1} \right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}}{x+1} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

Rút gọn biểu thức P .

Câu 2. (1,0 điểm) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - 5x + 3m + 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1^2 - x_2^2| = 15$.

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{5}{6} \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$$

b) Giải phương trình $(x-1)^4 = x^2 - 2x + 3$.

Câu 4. (1,5 điểm)

a) Tìm tất cả các số nguyên x sao cho giá trị của biểu thức $x^2 + x + 6$ là một số chính phương.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32)$.

Câu 5. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ đường cao AH của tam giác ABC (H thuộc BC). Gọi P, Q lần lượt là chân của đường vuông góc kẻ từ H đến các cạnh AB, AC .

a) Chứng minh $\widehat{PQH} = \widehat{BAH}$.

b) Hai đường thẳng PQ và BC cắt nhau tại M . Chứng minh $\triangle MQH \sim \triangle MHP$ và $MH^2 = MB \cdot MC$

c) Đường thẳng MA cắt đường tròn (O) tại K (K khác A). KH cắt đường tròn (O) tại D (D khác K). Gọi J là trung điểm của HD . Chứng minh $JQ = JC$

Câu 6. (1,0 điểm) Tìm giá trị của biểu thức $\frac{x^2+10}{\sqrt{x^2+9}}$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH LONG**

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

NĂM HỌC 2021 – 2022

Khóa thi ngày: 10/06/2023

Môn: TOÁN (Chuyên)

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu 1. (2,0 điểm)

b) Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

b) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1} \right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}}{x+1} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

Rút gọn biểu thức P .

Câu		Điểm
1		2.0
	a) Ta có: $A = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} + \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$	0.25
	$= \sqrt{3}+1+\sqrt{5}-1 + \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$	0.25
	$= \sqrt{3}+\sqrt{5} + \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2}$	0.25
	$= 2\sqrt{5}.$	0.25
	b) Ta có: $\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1} = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+1)} = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+1)}$	0.25
	Và $1 - \frac{2\sqrt{x}}{x+1} = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{x+1}$	0.25
	Nên $P = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x+1-2\sqrt{x}}$	0.25
	$P = \frac{1}{\sqrt{x}-1}.$	0.25

Câu 2. (1,0 điểm)

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - 5x + 3m + 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1^2 - x_2^2| = 15$.

2		1.0
	Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 Khi $\Delta = 5^2 - 4(3m+1) > 0 \Leftrightarrow 21 - 12m > 0$ $\Leftrightarrow m < \frac{7}{4}$	0.25
	Theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = 3m + 1 \end{cases}$	0.25
	Ta có: $ x_1 - x_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{5^2 - 4(3m+1)} = \sqrt{21 - 12m}$. Theo yêu cầu đề bài: $ x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) $ $= 5(x_1 - x_2) = 5 x_1 - x_2 = 5\sqrt{21 - 12m}$	0.25
	Suy ra $ x_1^2 - x_2^2 = 15 \Leftrightarrow 5\sqrt{21 - 12m} = 15 \Leftrightarrow \sqrt{21 - 12m} = 3$ $\Leftrightarrow 21 - 12m = 9 \Leftrightarrow 12m = 12 \Leftrightarrow m = 1$ (nhận). Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.	0.25

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{5}{6} \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$$

b) Giải phương trình $(x-1)^4 = x^2 - 2x + 3$.

3		1.5
	a) Điều kiện: $x \neq 0; y \neq 0$. Hệ phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{xy} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 6 & (1) \\ x^2 - y^2 = 5 & (2) \end{cases} \end{cases}$	0.25
	$\Rightarrow x^4 - 5x^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 9 & (n) \\ x^2 = -4 & (l) \end{cases}$	0.25
	Với $x^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 2 \\ x = -3 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(3;2); (-3;-2)$.	0.25
	b) $(x-1)^4 = x^2 - 2x + 3$ (1) $(1) \Leftrightarrow [(x-1)^2]^2 = x^2 - 2x + 3 \Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1)^2 = x^2 - 2x + 3$ (2)	0.25
	Đặt $t = x^2 - 2x + 1, t \geq 0$ phương trình (2) trở thành phương trình	0.25

	$t^2 = t + 2 \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0$ Giải phương trình ta được: $t = 2$ (nhận) hoặc $t = -1$ (loại)	
	Với $t = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}\}$.	0.25

Câu 4. (1,5 điểm)

a) Tìm tất cả các số nguyên x sao cho giá trị của biểu thức $x^2 + x + 6$ là một số chính phương.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32)$.

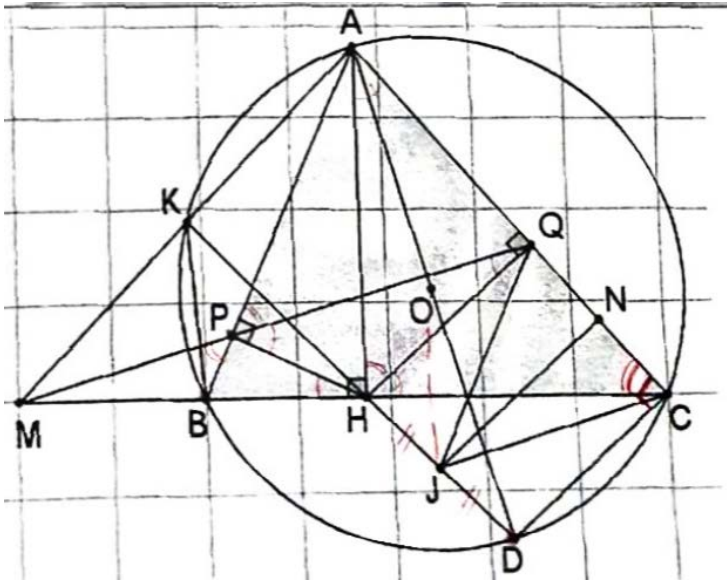
4		1.5
	a) Ta có $x^2 + x + 6 = n^2; (n, x \in \mathbb{Z}) \Rightarrow 4x^2 + 4x + 24 = 4n^2$ $\Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 - 4n^2 = -23 \Leftrightarrow (2x + 1 - 2n)(2x + 1 + 2n) = -23$	0.25
	TH1: $\begin{cases} 2x + 1 - 2n = 1 \\ 2x + 1 + 2n = 3 \end{cases} \Rightarrow x = 5$	0.25
	TH2: $\begin{cases} 2x + 1 - 2n = 1 \\ 2x + 1 + 2n = -23 \end{cases} \Rightarrow x = -6$	0.25
	b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32)$. Ta có $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32) \Leftrightarrow x^6 + (y - x^3)^2 = 64$	0.25
	$\Rightarrow x^6 \leq 64 \Leftrightarrow x \leq 2$ do $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; -2; 0; 1; 2\}$	0.25
	Xét các trường hợp: + $x = 2 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 0 \Rightarrow y = 8$ + $x = 1 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 63 \Rightarrow y \notin \mathbb{Z}$ (loại) + $x = 0 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 64 \Rightarrow y = 8$ và $y = -8$ + $x = -1 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 63 \Rightarrow y \notin \mathbb{Z}$ (loại) + $x = -2 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 0 \Rightarrow y = -8$ Vậy nghiệm của phương trình là: $(0; 8); (0; -8); (2; 8); (-2; -8)$.	0.25

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ đường cao AH của tam giác ABC (H thuộc BC). Gọi P, Q lần lượt là chân của đường vuông góc kẻ từ H đến các cạnh AB, AC .

a) Chứng minh $\widehat{PQH} = \widehat{BAH}$.

- b) Hai đường thẳng PQ và BC cắt nhau tại M . Chứng minh $\Delta MQH \sim \Delta MHP$ và $MH^2 = MB \cdot MC$
- c) Đường thẳng MA cắt đường tròn (O) tại K (K khác A). KH cắt đường tròn (O) tại D (D khác K). Gọi J là trung điểm của HD . Chứng minh $JQ = JC$

5		3.0
		
	a) Tứ giác APHQ có $\widehat{APH} = 90^\circ$ (gt)	0.25
	$\widehat{AQH} = 90^\circ$ (gt)	0.25
	$\Rightarrow \widehat{APH} + \widehat{AQH} = 180^\circ$ và hai góc này ở vị trí đối nhau nên APHQ là tứ giác nội tiếp được đường tròn	0.25
	$\Rightarrow \widehat{PQH} = \widehat{BAH}$	0.25
	b) Xét ΔMQH và ΔMHP có $\widehat{PQH} = \widehat{BHA}$ (cmt), mà $\widehat{BAH} = \widehat{BHP}$ (cùng phụ $\widehat{PBH}$) suy ra $\widehat{MQH} = \widehat{MHP}$	0.25
	$\widehat{PMH}$ là góc chung $\Rightarrow \Delta MQH \sim \Delta MHP$	0.25
	Chứng minh được tứ giác BPQC là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MBP} = \widehat{MQC}$ (cùng bù $\widehat{PBC}$) Ta lại có $\widehat{BMP}$ là góc chung $\Rightarrow \Delta MBP \sim \Delta MQC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MB}{MQ} = \frac{MP}{MC} \Leftrightarrow MH^2 = MP \cdot MQ$ (1)	0.25
	$\Delta MQH \sim \Delta MHP$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MQ}{MH} = \frac{MH}{MP} \Leftrightarrow MH^2 = MP \cdot MQ$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow MH^2 = MB \cdot MC$.	0.25

	c) Vì AKBC là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{MKB} = \widehat{MCA}$ (cùng bù với $\widehat{AKB}$), mà $\widehat{AMC}$ là góc chung $\Rightarrow \triangle MKB \sim \triangle MCA \Rightarrow \frac{MK}{MC} = \frac{MB}{MA} \Rightarrow MK \cdot MA = MB \cdot MC$	0.25
	Mà $MH^2 = MB \cdot MC \Rightarrow MH^2 = MB \cdot MC \Rightarrow MH^2 = MK \cdot MA$. Do $\triangle AHM$ vuông tại $H \Rightarrow HK$ là đường cao của tam giác AHM (vì $\triangle MHA \sim \triangle MKH$ $\Rightarrow AK \perp KH \Rightarrow AK \perp KD$ suy ra AD là đường kính của (O)).	0.25
	Suy ra $\widehat{ACD} = 90^\circ$ nên $DC \perp AC$ Mà $HQ \perp AC \Rightarrow DC \parallel HQ$ nên $HQCD$ là hình thang. Gọi N là trung điểm của QC (3) $\Rightarrow JN$ là đường trung bình của hình thang $HQCD$ $\Rightarrow JN \parallel HQ \Rightarrow JN \perp QC$ (4)	0.25
	Từ (3) và (4) $\Rightarrow JN$ là đường trung trực của $QC \Rightarrow JQ = JC$	0.25

Câu 6. (1,0 điểm)

Tìm giá trị của biểu thức $\frac{x^2 + 10}{\sqrt{x^2 + 9}}$

6		1.0
	Đặt $P = \frac{x^2 + 10}{\sqrt{x^2 + 9}} = \sqrt{x^2 + 9} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 9}}$	0.25
	$= \left(\frac{1}{9} \cdot \sqrt{x^2 + 9} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 9}} \right) + \frac{8}{9} \cdot \sqrt{x^2 + 9}$	0.25
	Suy ra $P \geq 2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{8}{9} \cdot 3 = \frac{10}{3}$	0.25
	Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $P = \frac{10}{3}$ khi $x = 0$	0.25