

Bài 1. (4,0 điểm)

- 1) (1,5 điểm) Tìm số tự nhiên n sao cho số $n^2 + 2n + 12$ là số chính phương.
- 2) (1,5 điểm) Tìm các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $6x + 5y + 18 = 2xy$.
- 3) (1,0 điểm) Chứng minh với mọi số nguyên chẵn m thì $m^3 + 20m$ chia hết cho 48.

Bài 2. (4,0 điểm)

- 1) (2,5 điểm) Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x+3\sqrt{x}-3}{x\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1}$ (với $x \geq 0; x \neq 1$).

Rút gọn biểu thức A và tìm các giá trị của x để A có giá trị nguyên.

- 2) (1,5 điểm) Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$

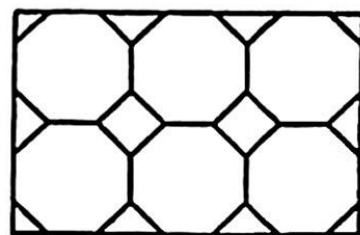
Bài 3. (4,0 điểm)

- 1) (2,0 điểm) Giải phương trình: $x^2 - 3 = 2\sqrt{2x+3}$
- 2) (2,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy + x + 2y = 14 \\ x^2 + 6x^2 + 12x - y = -7 \end{cases}$$

Bài 4. (7,0 điểm)

- 1) (2,0 điểm) Một sân vườn hình chữ nhật được lát bởi các viên gạch hình bát giác đều và các viên gạch hình vuông hoặc hình tam giác vuông cân (hình vẽ minh họa). Biết cạnh bát giác đều bằng 2dm và số gạch hình bát giác đều là 500 viên.

Tính diện tích phần sân vườn được lát bởi những viên gạch không phải là hình bát giác đều.



- 2) (5,0 điểm) Cho đường tròn (O, R) và dây $BC = R\sqrt{2}$ cố định, điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao BD, CE của tam giác ABC cắt nhau tại H . Tia BD, CE lần lượt cắt đường tròn (O, R) tại M, N . Hai đường thẳng NB và MC cắt nhau tại P .

- a) Tính số đo cung BC và số đo góc ACM .
- b) Chứng minh ba điểm M, O, N thẳng hàng và $PH = MN$.
- c) Chứng minh đường thẳng PH luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ có $AB = a$. Gọi M là một điểm di động trên đường chéo AC (M khác A và C). Kẻ ME vuông góc với AB ($E \in AB$) và MF vuông góc với BC ($F \in BC$). Tính diện tích nhỏ nhất của tam giác DEF theo a .

HẾT

Ghi chú: Giám thị không giải thích gì thêm.