

(Đề thi gồm 05 câu)

ĐỀ:

Câu 1. (4,0 điểm)

1) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{a^2 - 4a + 4}$, với $a = 2 - \sqrt{3}$.

2) Đồ thị d của hàm số $y = x - 2$ cắt trục Oy tại điểm A và cắt đường thẳng $d_1: y = 2x - 5$ tại điểm B . Tính diện tích tam giác OAB và khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng AB (với $O(0;0)$ là gốc tọa độ).

Câu 2. (4,0 điểm)

1) Giải phương trình $4x + 3 = (x + 2)\sqrt{2x + 3}$.

2) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$, $x \geq 0$. Tìm tất cả các giá trị của x sao cho giá trị của biểu thức A là số nguyên.

Câu 3. (5,0 điểm)

Bạn An có tất cả 135000 đồng, An mua một số quyển vở và một số cây bút cùng loại hết số tiền trên. Giá một quyển vở là 12000 đồng, giá một cây bút là 7000 đồng.

1) Nếu An mua 7 quyển vở thì An có thể mua nhiều nhất bao nhiêu cây bút?

2) Biết rằng tổng số vở và bút mà An đã mua là 15. Tính số quyển vở và số cây bút mà An đã mua.

Câu 4. (4,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O có dây cung BC cố định, điểm A di chuyển trên đường tròn. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AC , H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng AB .

1) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác OMC qua trung điểm D của đoạn thẳng BC .

2) Chứng minh HM luôn đi qua một điểm cố định khi điểm A di chuyển trên đường tròn tâm O . Khi đó điểm H chạy trên đường nào?

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có đường cao AH ($H \in BC$), $AB > AC$ và ACB là góc nhọn. Cho biết $BC = 14cm$, $AH = 12cm$, $AB + AC = 28cm$. Tính độ dài các cạnh AB và AC .

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không được giải thích gì thêm.

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM THI
(Hướng dẫn gồm 04 trang)

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

- Các cách giải khác đúng thì cho điểm tương ứng với biểu điểm đã cho.
- Điểm chấm của từng phần được chia nhỏ đến 0,25 điểm. Điểm của toàn bài là tổng điểm của các phần và **không** làm tròn số.

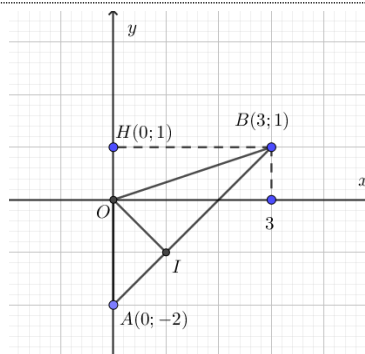
II. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Câu 1. (4,0 điểm)

1) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{a^2 - 4a + 4}$, với $a = 2 - \sqrt{3}$.

2) Đồ thị d của hàm số $y = x - 2$ cắt trục Oy tại điểm A và cắt đường thẳng $d_1 : y = 2x - 5$ tại điểm B . Tính diện tích tam giác OAB và khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng AB (với $O(0;0)$ là gốc tọa độ).

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1 4,0 điểm	1	$A = \sqrt{a^2 - 4a + 4} = \sqrt{(a - 2)^2} = a - 2 .$	0,75
		$a = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow A = 2 - \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3}.$	0,75
	2	Giao điểm của $d : y = x - 2$ với Oy là $A(0; -2).$	0,5
		Giao của $d : y = x - 2$ và $d_1 : y = 2x - 5$ là $B(3; 1).$	0,5
		Quan sát hình vẽ bên, với H là hình chiếu vuông góc của B lên trục Oy . Ta có $OA = 2$, $BH = 3$.	0,5
		Diện tích tam giác OAB $S_{\triangle OAB} = \frac{BH \cdot OA}{2} = 3.$	
		Gọi I là hình chiếu vuông góc của O lên AB . Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng AB là độ dài đoạn OI .	0,25
		Tam giác ABH vuông cân tại H có $AH = 3 \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}.$	0,25
		$S_{\triangle OAB} = \frac{AB \cdot OI}{2} \Rightarrow OI = \frac{2S_{\triangle OAB}}{AB} = \frac{2 \cdot 3}{3\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$	0,5



Câu 2. (4,0 điểm)

1) Giải phương trình $4x + 3 = (x + 2)\sqrt{2x + 3}$.

2) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$, $x \geq 0$. Tìm tất cả các giá trị của x sao cho giá trị của biểu

thức A là số nguyên.

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
	1	Điều kiện xác định $x \geq -\frac{3}{2}$ $4x + 3 = (x + 2)\sqrt{2x + 3}$ (1) $\Leftrightarrow (\sqrt{2x + 3} - x)(\sqrt{2x + 3} - 2) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x + 3} = x & (2) \\ \sqrt{2x + 3} = 2 & (3) \end{cases}$	0,5
		* (2): $\sqrt{2x + 3} = x \Leftrightarrow (2x + 3) - 2\sqrt{2x + 3} - 3 = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{2x + 3} + 1)(\sqrt{2x + 3} - 3) = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{2x + 3} = 3$ $\Leftrightarrow x = 3$.	0,5
		* (3): $\sqrt{2x + 3} = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.	0,5
		Vậy phương trình (1) có tập nghiệm là $S = \left\{3; \frac{1}{2}\right\}$.	0,5
Câu 2 4,0 điểm	2	Với $x \geq 0$ ta có $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} = 1 + \frac{-3}{\sqrt{x} + 1}$.	0,5
		Với mọi giá trị $x \geq 0$, ta có $\frac{-3}{\sqrt{x} + 1} < 0 \Rightarrow 1 + \frac{-3}{\sqrt{x} + 1} < 1$. (1) $\sqrt{x} + 1 \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \leq 1 \Rightarrow \frac{-3}{\sqrt{x} + 1} \geq -3 \Rightarrow 1 + \frac{-3}{\sqrt{x} + 1} \geq -2$. (2) Từ (1) và (2), ta có: $-2 \leq A < 1$, mà $A \in \mathbb{Z} \Rightarrow A \in \{-2; -1; 0\}$.	0,5
		$A = -2 \Rightarrow \frac{-3}{\sqrt{x} + 1} = -3 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 = 1 \Rightarrow x = 0$. $A = -1 \Rightarrow \frac{-3}{\sqrt{x} + 1} = -2 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$.	0,5
		$A = 0 \Rightarrow \frac{-3}{\sqrt{x} + 1} = -1 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 = 3 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$. Vậy khi $x \in \left\{0; \frac{1}{4}; 4\right\}$ thì A nhận giá trị là số nguyên.	0,5

Câu 3. (5,0 điểm) Bạn An có tất cả 135000 đồng, An mua một số quyển vở và một số cây bút cùng loại hết số tiền trên. Giá một quyển vở là 12000 đồng, giá một cây bút là 7000 đồng.

1) Nếu An mua 7 quyển vở thì An có thể mua nhiều nhất bao nhiêu cây bút?

2) Biết rằng tổng số vở và bút mà An đã mua là 15. Tính số quyển vở và số cây bút mà An đã mua.

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 3 5,0 điểm	1	An mua 7 quyển vở hết 84000 đồng.	0,5
		Số tiền còn lại là 51000 đồng.	0,5
		Vì $51000 = 7000 \times 7 + 2000$ nên An mua được nhiều nhất là 7 cây bút.	0,5
	2	Gọi số quyển vở mà An mua là x (quyển) ($x \in \mathbb{N}, 0 < x < 15$).	0,5
		Gọi số cây bút mà An mua là y (quyển) ($y \in \mathbb{N}, 0 < y < 15$).	0,5
		Lập được hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 15 \\ 12000x + 7000y = 135000. \end{cases}$	1,0
		Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 6 \\ y = 9. \end{cases}$ (Thỏa mãn điều kiện)	1,0
		Vậy An đã mua được 6 quyển vở và 9 cây bút.	0,5

Câu 4. (4,0 điểm) Cho đường tròn tâm O có dây cung BC cố định, điểm A di chuyển trên đường tròn. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AC , H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng AB .

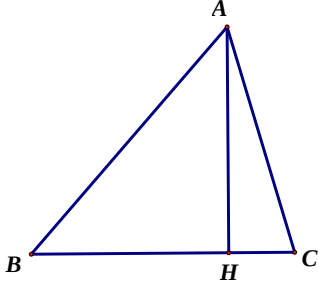
1) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác OMC qua trung điểm D của BC .

2) Chứng minh HM luôn đi qua một điểm cố định khi điểm A di chuyển trên đường tròn tâm O . Khi đó điểm H chạy trên đường nào?

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 4 4,0 điểm	1		
		Do D và M lần lượt là các trung điểm của các cạnh BC và AC nên OD là trung trực của BC , OM là trung trực của AC .	0,5
		Suy ra $OD \perp BC$ và $OM \perp AC \Rightarrow OMC = ODC = 90^\circ$	0,5
		Gọi I là trung điểm $OC \Rightarrow$ các điểm M, O, D, C cùng thuộc đường tròn tâm I .	0,5
	2	Gọi L là giao điểm của HM và đường tròn (I) .	0,5
		DM là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MD \parallel AB$.	
		Ta có $HM \perp AB \Rightarrow HM \perp MD \Rightarrow DML = 90^\circ$.	0,5
		Suy ra DL là đường kính của đường tròn $(I) \Rightarrow I$ là trung điểm	0,5

	<i>DL.</i>	
	BC cố định $\Rightarrow D$ cố định, O cố định $\Rightarrow I$ cố định $\Rightarrow L$ cố định.	0,5
	B cố định, L cố định $\Rightarrow BL$ không đổi , $BHL = 90^\circ \Rightarrow H$ chạy trên đường tròn đường kính BL .	0,5

Câu 5. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có đường cao AH ($H \in BC$), $AB > AC$ và $\angle ACB$ là góc nhọn. Cho biết $BC = 14\text{cm}$, $AH = 12\text{cm}$, $AB + AC = 28\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh AB và AC .

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 5 3,0 điểm			
		Trong các tam giác AHB và AHC vuông tại H $AB^2 - BH^2 = AH^2 = AC^2 - CH^2 \Rightarrow AB^2 - AC^2 = BH^2 - CH^2$	0,5
		$\Leftrightarrow (AB - AC)(AB + AC) = (BH - CH)(BH + CH)$ $\Leftrightarrow 28(AB - AC) = 14(BH - CH)$	0,5
		$\Leftrightarrow 2(AB - AC) = BH - CH$	
		$\Leftrightarrow 2(2AB - 28) = 2BH - 14.$	0,5
		Suy ra $BH = 2AB - 21.$ Đặt $AB = x$ ($14 < x < 28$), ta có $BH = 2x - 21.$	0,5
		Vì $AB^2 = AH^2 + BH^2$ nên $x^2 = 144 + (2x - 21)^2$	0,5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ x = 13 \end{cases} \Rightarrow x = 15$ Vậy $AB = 15\text{cm}, AC = 13\text{cm}.$	0,5

----- **HẾT** -----