

Bài 1. Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}} + \frac{x+2\sqrt{x}-13}{x-5\sqrt{x}+6}$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$

Bài 2. a) Giải phương trình $3x^2 + 10x = 5\sqrt{x^2 + 3x} + x + 2$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + 2y = 4x + 1 \\ 3x^2 - 2y^2 - 6x = 4y + 5 \end{cases}$

Bài 3. Tại lễ tuyên dương học sinh đạt giải cao trong kỳ thi chọn học sinh giỏi cấp tỉnh vừa qua, Ban tổ chức đã trao thưởng với tổng số tiền là 3690000 đồng cho 16 giải. Biết rằng mỗi giải nhất được thưởng 360000 đồng, mỗi giải nhì được thưởng 270000 đồng, mỗi giải ba được thưởng 180000 đồng, trong đó số giải nhất ít hơn số giải nhì, tổng số giải nhất và giải nhì ít hơn số giải ba. Hỏi ban tổ chức đã trao thưởng bao nhiêu giải nhất, giải nhì, giải ba?

Bài 4. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 4(mx + 2)$ (m là tham số)

a) Khi $m = -\frac{1}{2}$, vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy và tìm tọa độ giao điểm của chúng.

b) Chứng minh rằng với mọi m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B. Với giá trị nào của m thì độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 5. a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$

b) Tìm số nguyên tố b để $b^2 + 2322$ là số chính phương

Bài 6. Cho đường tròn (O), hai đường kính AH và DM không vuông góc với nhau. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại H cắt tia AD và tia AM lần lượt ở B và C.

a) Chứng minh rằng tứ giác BCMD nội tiếp

b) Đường tròn tâm I, đường kính BC cắt đường tròn (O) tại E (E khác A). Gọi P là giao điểm của DM và BC. Chứng minh rằng O là trực tâm của tam giác AIP.

c) Chứng minh rằng ba điểm A, E, P thẳng hàng.

d) Gọi R, S, K lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng HC, HB, HO.

Chứng minh rằng RK vuông góc với SA.