

UBND TỈNH LAI CHÂU
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC 2024 – 2025

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

Môn thi: Toán (môn chuyên)

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 27/5/2024

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2x-4\sqrt{x}+2}{x-1}$ (với $x > 0, x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các số nguyên x để biểu thức A có giá trị nguyên.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $\sqrt{3x+1} + \sqrt{2-x} = 3$.

b) Tìm m để phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 + 2x_2 = 1$.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $(x+1)(y+1) = 6$.

b) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $(2n+1)^3 + 1$ chia hết cho 2^{2024} .

c) Cho các số thực a, b, c thay đổi, chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.

d) Cho các số thực: $b_1 \geq b_2 > 0$; $a_1 \geq b_1$; $a_1 a_2 \geq b_1 b_2$. Chứng minh rằng: $a_1 + a_2 \geq b_1 + b_2$.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho A, B là hai điểm cố định nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R = 2$. Giả sử C là điểm cố định trên tia đối của tia BA sao cho $CO = 4$. Một cát tuyến thay đổi qua C cắt đường tròn (O) tại D và E (D nằm giữa C, E).

a) Chứng minh rằng: $CD \cdot CE = 12$.

b) Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác BCD và ACE cắt nhau tại giao điểm thứ hai M. Biết rằng bốn điểm O, B, M, E tạo thành tứ giác OBME. Chứng minh rằng: Tứ giác OBME nội tiếp.

c) Khi M di chuyển, chứng minh rằng: $MO \cdot MC \leq 8$.

Câu 5. (1,0 điểm)

Anh Nam là một vận động viên chơi cờ. Để luyện tập, mỗi ngày anh chơi ít nhất một ván. Để khỏi mệt, mỗi tuần anh chơi không quá 12 ván. Chứng minh rằng tồn tại một số ngày liên tiếp trong đó anh chơi đúng 20 ván.

----- Hết -----

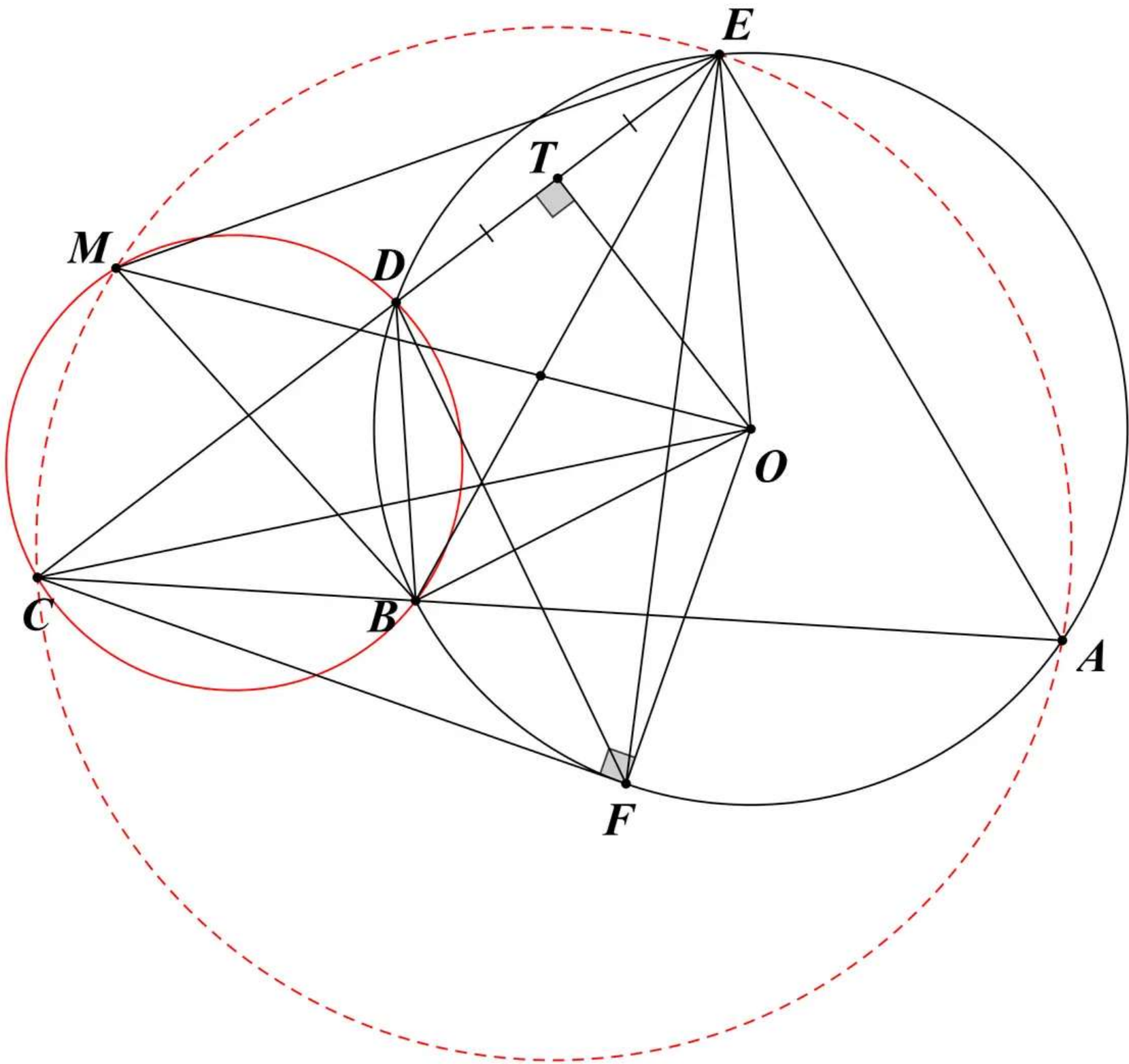
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN, THANG ĐIỂM
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán (môn chuyên)
(Đáp án - thang điểm gồm có 04 trang)

Câu	ý	Nội dung	Điểm
1		Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2x-4\sqrt{x}+2}{x-1}$ (với $x > 0, x \neq 1$) a) Rút gọn biểu thức A. b) Tìm các số nguyên x để biểu thức A có giá trị nguyên.	
	a	$A = \left[\frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right] : \frac{2(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,5
		$= \left(\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \right) : \frac{2(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{2(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$	0,25
	b	Ta có: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$	0,25
		$A \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2 : (\sqrt{x}-1) \Rightarrow \sqrt{x}-1 \in \{-1; 1; -2; 2\} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-1=-1 \\ \sqrt{x}-1=1 \\ \sqrt{x}-1=-2 \\ \sqrt{x}-1=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \\ x=9 \end{cases}$	0,25
		Đối chiếu với điều kiện $x > 0, x \neq 1$, để A nguyên thì $x \in \{4; 9\}$.	0,25
Tổng điểm câu 1			2,0
2	a	Giải phương trình $\sqrt{3x+1} + \sqrt{2-x} = 3$	
		Điều kiện: $-\frac{1}{3} \leq x \leq 2$	0,25
		$\sqrt{3x+1} + \sqrt{2-x} = 3$ $\Rightarrow 2x+3+2\sqrt{(3x+1)(2-x)} = 9$ $\Leftrightarrow \sqrt{-3x^2+5x+2} = 3-x$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ -3x^2+5x+2 = x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ 4x^2-11x+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{7}{4} \end{cases}$	0,25

		Đối chiếu với điều kiện, nghiệm của phương trình là: $x = 1; x = \frac{7}{4}$	0,25	
b		Tìm m để phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 + 2x_2 = 1$.		
		Phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ có nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$.	0,25	
		Theo định lí Vi-ét, ta có: $x_1 + x_2 = -2$ và $x_1 \cdot x_2 = m$	0,25	
		Xét hệ $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ 3x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -7 \end{cases}$	0,25	
		Ta có $m = x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot (-7) = -35$ (thỏa mãn điều kiện $m < 1$)	0,25	
	Tổng điểm câu 2			2,0
3	a	Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $(x + 1)(y + 1) = 6$.		
		Ta có: $\begin{cases} x + 1 = 2 \\ y + 1 = 3 \end{cases}$	0,25	
		$\begin{cases} x + 1 = 3 \\ y + 1 = 2 \end{cases}$		
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$		
	b	Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $(2n + 1)^3 + 1$ chia hết cho 2^{2024}		
		$(2n + 1)^3 + 1 : 2^{2024}$ $\Leftrightarrow (2n + 2)(4n^2 + 2n + 1) : 2^{2024}$ $\Leftrightarrow 2(n + 1)(4n^2 + 2n + 1) : 2^{2024}$ $\Leftrightarrow (n + 1)(4n^2 + 2n + 1) : 2^{2023}$	0,25	
		$\Leftrightarrow n + 1 : 2^{2023} \quad (\text{do } 4n^2 + 2n + 1 \equiv 1 \pmod{2})$ $\Leftrightarrow n = 2^{2023}k - 1 (k \in \mathbb{Z}^+)$	0,25	
		c	Cho các số thực a, b, c thay đổi, chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.	
			Ta có: $\begin{cases} a^2 + b^2 \geq 2ab \\ b^2 + c^2 \geq 2bc \Rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca) \\ c^2 + a^2 \geq 2ca \end{cases}$	0,25
$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ Dấu '=' xảy ra $a = b = c$.	0,25			
d	Cho các số thực: $b_1 \geq b_2 > 0; a_1 \geq b_1; a_1 a_2 \geq b_1 b_2$. Chứng minh rằng: $a_1 + a_2 \geq b_1 + b_2$			

		$a_1 + a_2 = (b_1 - b_2) \cdot \frac{a_1}{b_1} + b_2 \cdot \left(\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} \right) \geq (b_1 - b_2) \cdot 1 + b_2 \cdot 2 = b_1 + b_2$	0,25
		Dấu '=' xảy ra $a_1 = b_1; a_2 = b_2$.	0,25
		Tổng điểm câu 3	2,0
		Cho A, B là hai điểm cố định nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R = 2$. Giả sử C là điểm cố định trên tia đối của tia BA sao cho $CO = 4$. Một cát tuyến thay đổi qua C cắt đường tròn (O) tại D và E (D nằm giữa C, E). a) Chứng minh rằng: $CD \cdot CE = 12$. b) Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác BCD và ACE cắt nhau tại giao điểm thứ hai M. Biết rằng bốn điểm O, B, M, E tạo thành tứ giác OBME. Chứng minh rằng: Tứ giác OBME nội tiếp. c) Khi M luôn di chuyển, chứng minh rằng: $MO \cdot MC \leq 8$.	
4			
		Chứng minh rằng: $CD \cdot CE = 12$.	
	a	Gọi T là trung điểm DE. $CD \cdot CE = (CT - TD)(CT + TE), \quad TD = TE$ $= CT^2 - TD^2 = CO^2 - OT^2 - TD^2 = CO^2 - OD^2 = CO^2 - R^2 = 12$	0,5
			0,5
		Chứng minh tứ giác OBME nội tiếp.	
	b	$EOB = 2BAE = 2BDC = 2BMC = 2(EMC - EMB)$	0,25
		$= 2(180^\circ - EAB - EMB)$	0,25
		$= 360^\circ - EOB - 2EMB$	0,25

c	suy ra $\angle EOB + \angle EMB = 180^\circ$ hay tứ giác OBME nội tiếp.	0,25
	Khi M luôn di chuyển, chứng minh rằng: $MO.MC \leq 8$.	
	$\angle OMC = \angle OMB + \angle BMC = \angle OEB + \angle EAB = 90^\circ$	0,25
	M luôn di chuyển trên đường tròn đường kính OC cố định	0,25
	Suy ra $4^2 = MO^2 + MC^2 \geq 2MO.MC$	0,25
	$\Rightarrow 8 \geq MO.MC$	0,25
Tổng điểm câu 4		3,0
5	Anh Nam là một vận động viên chơi cờ. Để luyện tập, mỗi ngày anh chơi ít nhất một ván. Để khỏi mệt, mỗi tuần anh chơi không quá 12 ván. Chứng minh rằng tồn tại một số ngày liên tiếp trong đó anh chơi đúng 20 ván.	
	Gọi số ván cờ mà anh Nam chơi ngày thứ nhất, thứ hai, thứ ba,..., thứ hai mươi trong ba tuần liên tiếp là: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{20}$.	0,25
	Xét 20 tổng : $s_1 = a_1; s_2 = a_1 + a_2; s_3 = a_1 + a_2 + a_3; \dots; s_{20} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20}$	0,25
	Ta có: $1 \leq s_1 < s_2 < s_3 < \dots < s_{20} \leq 35$ Dễ thấy tồn tại $s_k : 20$ hoặc $(s_m - s_n) : 20$ với $1 \leq m, n, k \leq 20$	0,25
	Suy ra $s_k = 20$ hoặc $s_m - s_n = 20$ với $m > n$ Từ đây ta thu được điều cần chứng minh.	0,25
Tổng điểm câu 5		1,0

Lưu ý:

- Điểm bài thi là tổng điểm của các câu thành phần. Thang điểm toàn bài là 10 điểm, không được làm tròn (điểm lẻ từng ý trong một câu nhỏ nhất là 0,25)
- Thí sinh làm bài bằng cách khác, lập luận chặt chẽ, logic, ra kết quả đúng vẫn cho điểm tối đa.