

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi 16/3/2022

(Đề thi gồm 02 trang, 06 câu)

Câu 1 (4,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức sau: $P = \left(\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}} + \frac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2} - a+b} \right) \cdot \frac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$, với

$a > b > 0$.

b) Cho a, b, c là các số thực khác không thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$ và $a + b + c = abc$.

Chứng minh rằng $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2$.

Câu 2 (2,0 điểm). Chọn ngẫu nhiên 1 số tự nhiên có 3 chữ số. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 9.

Câu 3 (4,0 điểm)

a) Một cửa hàng bán mận tam hoa của Bắc Hà, ngày thứ nhất bán với giá là 50.000 đồng 1 kg; với giá bán này cửa hàng chỉ bán được 50 kg. Ngày thứ hai, nếu cửa hàng này giảm giá bán mỗi kilogram mận đi 1.000 đồng thì số mận tam hoa bán được sẽ tăng thêm là 10 kg. Biết giá nhập về ban đầu 1 kg mận tam hoa là 35.000 đồng, ngày thứ hai để cửa hàng đó thu được lợi nhuận là 1.000.000 đồng thì phải bán với giá không đổi là bao nhiêu tiền một kilogram mận?

b) Cho phương trình $x^2 - (m-2)x - m^2 - 3m - 8 = 0$ (1) (m là tham số). Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1), tìm tất cả các giá trị của tham số m để

$$Q = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^3 + \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^3 \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

Câu 4 (6,0 điểm). Cho tứ giác $ABCD$ ($AB < CD$) nội tiếp đường tròn tâm O đường kính $BC = 2R$. Trên cung BC không chứa D lấy điểm Q bất kỳ khác B, C . Gọi E là giao điểm của AB và CD , đường thẳng EQ cắt BC tại M , cắt đường tròn $(O; R)$ tại N (N khác Q) và cắt đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADE$ tại P (P khác E). Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của Q lên các đường thẳng BD, BC, EC .

a) Chứng minh: 4 điểm C, H, Q, K cùng thuộc 1 đường tròn; 4 điểm B, I, H, Q cùng thuộc 1 đường tròn và tứ giác $BAPM$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $\frac{EN}{EM} = \frac{EP}{EQ}$.

c) Chứng minh ba điểm I, H, K thẳng hàng và $\frac{BC}{QH} = \frac{BD}{QI} + \frac{CD}{QK}$.

Câu 5 (2,0 điểm)

a) Cho hai số thực không âm a, b . Chứng minh rằng: $a^3 + b^3 \geq ab(a + b)$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \left(3 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \left(3 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \left(3 + \frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right)$; trong

đó a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c \leq \frac{3}{2}$.

Câu 6 (2,0 điểm)

a) Chứng minh rằng $n^3 + 6n^2 + 11n + 2022$ chia hết cho 6 với mọi số tự nhiên n .

b) Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^3 - x^2y - 4y^3 - y - 2 = 0$.

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

- Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Chữ ký của giám thị số 1:.....; Chữ ký của giám thị số 2:.....