

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT NĂM 2020
TỈNH QUẢNG NINH

Môn thi : **TOÁN – Bảng A**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi : **01/12/2020**

Thời gian làm bài : **180 phút**, không kể thời gian giao đề

(Đề thi này có 01 trang)

Câu 1. (5 điểm)

a) Cho hàm số $y = \frac{x^2}{x+m}$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 4x} + \frac{x^3 + 2}{x^2 + 3x}$ (1). Tìm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (1).

Câu 2. (3 điểm)

Lớp 12B lập Kế hoạch tiết kiệm 5 triệu đồng tiền tiêu vặt trong 5 tháng để ủng hộ đồng bào bị thiên tai như sau: Vào các ngày mùng 1 của các tháng 1, 2, 3, 4, 5 của năm 2021 mỗi học sinh trong lớp tiết kiệm số tiền giống nhau là A đồng và nộp lại cho lớp trưởng để lớp trưởng gửi vào ngân hàng theo hình thức lãi kép (lãi nhập vào gốc để tính lãi ở tháng tiếp theo) với lãi suất r ($r > 0$) trên một tháng (lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi). Hãy xây dựng công thức tính A theo r biết rằng lớp có 40 học sinh và ngày rút tiền ủng hộ là ngày 01/6/2021 (chỉ rút duy nhất một lần).

Câu 3. (3 điểm)

Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A + 2\sin B = 3\sin C$ và $AC = 2BC \cos C$. Tính tỷ số $\frac{R}{r}$ với R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB với I là trung điểm AC .

Câu 4. (5 điểm)

a) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, biết hình chóp $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a , $(A'BC) \perp (AB'C')$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

b) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$, tam giác SAB vuông đỉnh A , tam giác SBC vuông đỉnh C , $d(A; (SBC)) = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa SB và AC theo a .

Câu 5. (2 điểm) Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} (x-2)^3 + 8y^3 + 2y + x - 2 = 0 \\ m \log_{\sqrt{2}}(x+1) - \log_2 y + 1 = 0 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số; } x, y \in \mathbb{R}).$$

Tìm giá trị thực lớn nhất của m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ với $x > 0, y > 0$.

Câu 6. (2 điểm). Tìm số nghiệm thực của bất phương trình $(x^3 + x - 2)\sqrt{2x \log_2 x + \sqrt{1-x^2}} \geq 0$.

----- Hết -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của giám 1: Chữ ký của giám thị 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT NĂM 2020
TỈNH QUẢNG NINH

Môn thi : **TOÁN – Bảng B**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi : **01/12/2020**

*Thời gian làm bài : **180 phút**, không kể thời gian giao đề*

(Đề thi này có 01 trang)

Câu 1. (4 điểm)

a) Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+a}$ (a là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của a để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$.

b) Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ (1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác ABE có diện tích bằng 32 với $E(2;1)$.

Câu 2. (3 điểm) Cho đa giác đều (H) có 24 đỉnh. Gọi S là tập hợp các tam giác có 3 đỉnh lấy từ 24 đỉnh của (H) . Chọn ngẫu nhiên một tam giác từ S , tính xác suất để tam giác chọn được không phải là tam giác vuông.

Câu 3. (3 điểm) Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A + \sin B = 2 \sin C$ và $b = 2a \cos C$ trong đó $AB = c, BC = a, CA = b$. Tính tỷ số $\frac{R}{r}$, trong đó R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB với I là trung điểm AC .

Câu 4. (3 điểm)

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 8y^3 + 3x^2 + 4x + 2y = -2 \\ \log_4 [2x^2 - (m+2)x - 4y + 11] + 1 = \log_2 (2x - 4) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 5. (5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, biết $AB = 2a, BC = a\sqrt{5}$, hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt phẳng đáy là điểm H thuộc đoạn thẳng AC sao cho $CH = 2AH$, tam giác SAC vuông tại S . Gọi I và K lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và BC .

a) Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

b) Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng IK và AC .

Câu 6. (2 điểm) Ở một thành phố biển Q có một hòn đảo, trên đảo có điểm O cố định. Người ta cần xây dựng các con đường nối từ hai ga xe X và Y trên đất liền tới một điểm T cách điểm O một khoảng $r = 6(km)$. Cho biết $OX = 12(km), OY = 15(km), \widehat{XOY} = \varphi$ với φ là góc

nhọn thỏa mãn $\cos \varphi = \frac{13}{18}$. Dự kiến đường đi từ X tới T là đường thẳng hai lần xe, còn đường đi từ Y tới T là đường thẳng bốn lần xe. Chi phí xây dựng cho một ki-lô-mét đường hai lần xe và bốn lần xe lần lượt là 1 triệu USD và 2 triệu USD. Tìm vị trí điểm T sao cho tổng chi phí xây dựng cả hai con đường là nhỏ nhất và tính chi phí này.

----- **Hết** -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh : Số báo danh:

Chữ ký của giám 1: Chữ ký của giám thị 2: